

НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ
Приладобудівний факультет
Кафедра приладів і систем орієнтації і навігації

До захисту допущено
Завідувач кафедри
_____ Н.І.Бурау _____
(підпис) (ініціали, прізвище)
“ ” _____ 2019 р.

Дипломний проект
освітньо-кваліфікаційного рівня бакалавр
(назва ОКР)

за напрямом підготовки(спеціальності) 6.051003 Приладобудування
(код та назва напряму підготовки або спеціальності)

на тему: Датчик кутової швидкості на основі поплавкового гіроскопа

виконав: студент 4 курсу, групи ПГ-51
(шифр групи)

Мамеєв Костянтин Дмитрович
(прізвище, ім'я, по батькові) (підпис)

Керівник асистент Сапегін О.М.
(посада, науковий ступінь, вчене звання, прізвище та ініціали) (підпис)

Консультант
(назва розділу) (посада, вчене звання, науковий ступінь, прізвище, ініціали) (підпис)

Рецензент асистент Івасенко В.М
(посада, науковий ступінь, вчене звання, науковий ступінь, прізвище та ініціали) (підпис)

Засвідчую, що у цій дипломній роботі немає запозичень з праць інших авторів без відповідних посилань.

Студент _____
(підпис)

ВСТУП

Огляд особливостей застосування датчиків кутової швидкості.

В сучасних гіроскопічних та навігаційних системах стабілізації та керування диференційні та інтеграційні гіроскопи і акселерометри використовують як основні чутливі елементи систем, за допомогою яких визначаються параметри руху об'єкта.

Диференційні гіроскопи, або гіроскопічні вимірювачі кутової швидкості, що призначені для визначення кутової швидкості обертання об'єкта навколо будь-якого з головних його осей та застосовуються як візуальні приладу і як чутливі елементи в системах автоматичного керування і стабілізації.

На сучасних надзвукових літаках диференційні гіроскопи застосовуються в демпферах рискання, тангажу і крену для покращення характеристик стійкості і керування, а в автопілотах – для введення в керуючу функцію сигналу, пропорційного кутовій швидкості. Окрім того, гіроскопічні вимірювачі кутової швидкості знаходять широке застосування в лічильно-обчислювальних приладах керування самохідних установок, а в авіаційних прицілах для виробки кута попередження зустрічі снаряду з ціллю. На супутниках і космічних кораблях диференційні гіроскопи можуть використовуватися для демпфування коливань об'єкта відносно центру його мас [2].

Гіроскопічні вимірювачі кутової швидкості з двома ступенями свободи (зазвичай їх називають датчиками кутової швидкості ДКШ) слугують для вимірювання гіроскопічного моменту, що розвивається гіроскопом при вимушених поворотах його ротора в абсолютному просторі. В гіроскопічних вимірювачах кутової швидкості з трьома ступенями свободи використовується їхня основна властивість – закон процесії.

Інтегруючий гіроскоп являє собою гіроскопічний інтегратор кутової швидкості, за допомогою якого визначається кут повороту об'єкта шляхом інтеграції складових його кутової швидкості навколо осі вимірювання. Інтегруючі гіроскопи знаходять своє застосування як чутливі елементи в автопілотах і навігаційних системах керування.

РОЗДІЛ 1. ОГЛЯДОВА ЧАСТИНА

1.1.Огляд датчиків кутової швидкості

1.1.1. Гіроскопічні тахометри

Датчик кутової швидкості являє собою гіроскоп з двома ступенями свободи, рух якого навколо осі гіровузла приладу обмежено пружним зв'язком з корпусом приладу. Кінематична схема представлена на рис. 1.1[2].

Рисунок 1.1. Кінематична схема датчика кутової швидкості

x_1, y_1, z_1 – система координат, що зв'язана з об'єктом; $\omega_{x1}, \omega_{y1}, \omega_{z1}$ – проекції кутової швидкості обертання об'єкта на осі x_1, y_1, z_1 . x, y, z – система координат, що зв'язана з гіровузлом приладу. 1 – пружина, 2 – гіроскоп, 3 – демпфер, 4 – потенціометр, 5 – щітка потенціометра.

Вісь Ox співпадає з віссю об'єкту Ox_1 і направлена вздовж осі обертання гіровузла приладу. Зазвичай вісь Ox називають вихідною віссю приладу. Зазвичай вісь Ox називають вихідною віссю приладу. Вісь Oz являє собою вісь власного обертання гіроскопу, вздовж якої направлений вектор кінетичного моменту H . Так як в нульовому положенні вісь Oz співпадає з віссю об'єкта Oz_1 , то останню прийнято називати віссю поперечної кутової швидкості.

Прилад призначений для вимірювання швидкості ω_{y1} обертання об'єкта навколо осі Oy_1 . Тому вісь Oy_1 називають віссю чутливості, або вимірювальною віссю, а також вхідною віссю приладу. При обертанні об'єкта навколо осі вимірювання Oy_1 з кутовою швидкістю ω_{y1} відносно осі гіровузла Ox виникає гіроскопічний момент, що прагне сумістити найкоротшим шляхом вектор кінетичного моменту H з вектором кутової швидкості ω_{y1} , внаслідок чого гіровузол починає обертатися в вказану сторону.

Рівняння руху рамки ДКШ відносно корпусу приладу має вигляд [1]:

$$J_x \ddot{\beta} + B \dot{\beta} + k \beta = H \omega_\zeta \cos \beta - H \omega_\eta \sin \beta + (J_z - J_y) * \\ * (0.5 \omega_\zeta^2 \sin 2\beta - 0.5 \omega_\eta^2 \sin 2\beta + \omega_\zeta \omega_\eta \cos 2\beta) - J_x \dot{\omega}_\xi \pm M_x, \quad (1.1)$$

де J_x, J_y, J_z – моменти інерції рухомої системи (рамки і гіромотора) приладу відносно осей x, y, z ; B – питомий момент приведенного моменту тертя, M_x – сума всіх зовнішніх неврахованих моментів.

Якщо в (1) прирівняти нулю праву частину, то отримаємо диференціальне рівняння, що характеризує власний рух системи:

$$\ddot{\beta} + 2\xi n_0 \dot{\beta} + n_0^2 \beta = 0, \quad (1.2)$$

де $\xi = \frac{B}{\sqrt{J_x k}}$ – коефіцієнт затухання (демпфування) власних коливань приладу (для ДКШ, як правило $\xi < 1$);

$n_0 = \sqrt{\frac{k}{J_x}}$ – кругова частота власних недемпфувальних коливань приладу.

Розв'язок рівняння (2) має вигляд

$$\beta = a_1 e^{-\xi n_0 t} \sin n_0 \sqrt{1 - \xi^2} t + a_2 e^{-\xi n_0 t} \cos n_0 \sqrt{1 - \xi^2} t;$$

де a_1, a_2 – сталі інтегрування, що визначаються з початкових умов.

Таким чином, власний рух рамки приладу являє собою затухаючі коливання, що відбувається з частотою

$$n = n_0 \sqrt{1 - \xi^2}. \quad (1.3)$$

Вимушений рух рамки породжується моментами, розташованими в правій частині рівняння (1), при чому корисним є тільки $H \omega_\zeta \cos \beta$, а решта моментів викликають корисні похибки в показаннях приладу [1].

Припустимо, що $\omega_\eta = \omega_\xi = 0; \ddot{\beta} = \dot{\beta} = 0; J_z = J_y; \omega_\zeta = \text{const}$ і враховуючи мале значення β , отримаємо рівність, що визначає статичне значення кута;

$$\beta = \beta^* = \frac{(H \omega_\zeta \pm M_{\dot{\beta}} + M_x)}{k}.$$

Вихідний сигнал ДКШ

$$U_{BHX}^* = k_{nn} \beta^* = \frac{k_{nn}}{k} (H \omega_{\xi} \pm M_{\dot{\beta}} + M_x) = h_{\zeta_{тек}} \omega_{\zeta}, \quad (1.4)$$

де k_{nn} - передатний коефіцієнт датчика кута ДКШ і підсилювально-перетворювального пристрою(при їх наявності);

$$h_{\zeta_{тек}} = \frac{U_{BHX}^*}{\omega_{\zeta}} - \text{чутливість приладу.}$$

Зазвичай прилад характеризується значенням

$$h_{\zeta_{тек}} = \frac{U_{BHX \max}}{\omega_{\zeta \max}}, \quad (1.5)$$

де $U_{BHX \max}$ - вихідна напруга ДКШ, що відповідає максимальній кутовій швидкості $\omega_{\zeta \max}$ [1].

Величина кутових швидкостей, що може бути виміряна гіротахометром, обмежується знизу рівнем власних шумів приладу, в тому числі, неконтрольованими шкідливими моментами, діючими навколо осі підвісу чутливого елементу, а також моментом сил сухого тертя на осі підвісу. Верхній діапазон вимірювання кутових швидкостей обмежень немає. Проте на практиці, щоб виміряти великі кутові швидкості, починаючи з $10^1 \dots 10^2 \text{ c}^{-1}$ раціональніше використовувати доцентрові тахометри, більше простої конструкції та більш дешеві при виготовленні. Таким чином, гіроскопічні та доцентрові тахометри не конкурують між собою, а взаємодоповнюють один одного: для вимірювання малих кутових швидкостей доцільно використовувати гіротахометри, для вимірювання великих кутових швидкостей - доцентрові тахометри. Тахогенератори, магнітні тахометри, як і доцентрові можна використовувати для вимірювання великих кутових швидкостей [1].

1.1.2. Компенсаційні гіротахометри

При розробці гіротахометрів потрібно вирішити суттєве протиріччя. Для зменшення похибок вимірювання кутової швидкості потрібно якомога зменшувати

максимальний кут повороту рухомої частини, проте при цьому затрудняється збереження потрібної точності вимірювання цих кутів.

З метою подолання цих протиріч потрібно використати так схему вимірювань, яка не потребує вимірювань механічної величини – кута β , що можливо при застосуванні так званого компенсаційного методу вимірювання гіроскопічного моменту.

Розглянемо схему та принцип дії гіротахометра з компенсаційним методом вимірювання гіроскопічного моменту (рис. 1.2). Сутність такого методу полягає в тому, що гіроскопічний момент врівноважується компенсаційним моментом, що створюється електричним оберненим перетворювачем(датчиком моменту), керованим від електричного вимірювача кута повороту β [3].

Рівняння руху компенсаційного гіротахометра має вигляд

$$I_1 \ddot{\beta} + f \dot{\beta} = H U_{xc} + M_{\text{ом}}$$

де $M_{\text{ом}}$ – момент, прикладений з боку датчика моменту.

Рисунок 1.2 – кінематична схема гіротахометра з компенсаційним методом вимірювання гіроскопічного моменту

В випадках, коли необхідні більш висока характеристика точності ДКШ ($\omega_{\zeta \min} \leq 0.01 \text{ град} / \text{с}$), а також при великих заданих лінійних та вібраційних перевантаженням застосовують поплавкові прилади. Поплавкові прилади бувають з повним та неповним зважуванням гіровузла[1].

На практиці частіше всього застосовують дві кінематичні схеми побудови чутливих елементів ДКШ з електричною пружиною, що відрізняються розташуванням опор, а також датчиків кута та моменту.

За типом змінного пристрою ДКШ розділяються на такі види:

ДКШ з індукційним датчиком кута. Такі датчики найкраще підходять для ДКШ з електричною пружиною. При умові, що $k_{\text{еп}} \ll k_{\text{л}} + H\omega_{\eta}$ нелінійність

вихідної характеристики датчика кута та залишковий сигнал майже не мають ніякого впливу на точність ДКШ.

ДКШ з потенціометричним датчиком кута. Дані датчики застосовують у конструкціях звичайних ДКШ та ДКШ з рідинним заповненням. Потенціометричні датчики в основному призначені для приладів, що працюють без підсилювача, так як потенціометр безпосередньо навантажений да датчик моменту. Також ці датчики відповідають нижній границі діапазону добротності $(0,5 \div 1) \cdot 10^3$.

Також є схеми ДКШ на базі трьохступеневих гіроскопів, гідродинамічні та вібраційні [1].

1.1.3. Магнітогідродинамічний датчик кутової швидкості

Деякі іноземні фірми займаються розробкою гіроскопів, в яких кінетичний момент створюється обертовою масою рідини. Рідка маса, яку помістили в порожнину приводиться до обертання разом з порожниною. Варто відмітити, що при використанні рідкого ротору однорідна рідинна маса, повністю заповнює порожнину довільної форми, по суті збалансована. Нестабільність статичного розбалансування чутливого елементу гіроскопа являє собою один з основних джерел похибок. До того ж існує багато причин, що породжують зміщення центру мас.

До них відносять: нестабільність матеріалу, зношення підшипників, зміну товщини мастильного шару, температурні градієнти, механічний здвиг в місцях з'єднання, а також асиметрія температурного розширення.

Усунення різних джерел розбалансування вимагає вельми дорогих попередніх дослідницьких розробок, виготовлення окремих деталей з високою точністю, а також складних і трудомістких випробувань та регулювань. Порожнина, що містить рідку масу не потребує високої точності виготовлення для придання заданої форми, а зміна форми після її виготовлення не спричиняють розбалансування. Для однорідності рідини важливе значення мають перепади температури, особливо в осьовому напрямку. Окрім того, в середині рідкого ротора не повинно бути

поплавків і порожнин, так як зміщення центра тяжіння будь-якого такого однорідного включення породить розбалансування ротора цілому[2].

Рисунок 1.4 Схема магнітогідродинамічного ДКШ

1 – корпус, 2 – статор, 3 – зазор, 4 – втулка, 5 – отвір, 6 – датчик тиску

Порожнина, що містить рідину, може обертатися або окремим двигуном або спеціальним пристроєм. На рис 1.4 продемонстрований принцип дії магнітогідродинамічного вимірювача кутової швидкості.

В циліндричному корпусі 1 з матеріалу з високою магнітною проникністю на одній осі розташовується циліндричний статор 2 з обмотками, що створюють обертове магнітне поле в кільцевому зазорі 3 між корпусом і статором. З торців кільцевий зазор замкнутий двома мідними втулками 4, які відіграють роль струмозбиральних колець асинхронного двигуна[4].

В кільцевий зазор 3 заливають ртуть, що захоплюється обертовим магнітним полем статора. Обертаючись в кільцевому зазорі ртуть являє собою ротор гіроскопа. В кожному з торців кільцевого зазору з ртуттю є по одній парі отворів 5, розташованих на двох взаємно перпендикулярних діаметрах. Кожна пара отворів сполучається з диференціальним датчиком тиску 6.

1.1.4. Мікромеханічні гіроскопи

Мікромеханічні гіроскопи L-L типу. У класичному електромеханічному гіроскопі власна швидкість обертання ротора є постійною ($\Omega = \text{const}$), обертання основи викликає вимушений прецесійний рух ротора відносно основи.

Осциляторні гіроскопи відрізняються від класичних тим, що швидкість їх власного руху є знакозмінною, тобто має характер коливань. Цей рух може бути не тільки кутовим, але і поступальним. Таким чином, в осциляторних гіроскопах використовується віброуюча маса замість обертового ротора.

Сучасні ММГ значно поступаються за точністю традиційним електромеханічним гіроскопам, але перевершують їх за масогабаритними

характеристиками, показниками собівартості і енергоспоживання. Розроблені зразки ММГ характеризуються надмалою масою (частки грамів) і габаритами (одиниці міліметрів), низькою собівартістю і енергоспоживанням, високою стійкістю до механічних (ударні впливи до 105 g) і тепловим впливам (від - 40 до 85 ° C) і достатньою точністю . Дрейф сучасних ММГ знаходиться на рівні 10 – 1000 град/год., а механічна частина датчиків повністю інтегрується з сервісною електронікою і дозволяє створювати збірки на одному чіпі об'ємом до 10 см³ і енергоспоживанням до 1 Вт [4].

Схеми побудови більшості ММГ засновані на принципі роботи осциляторного вібраційного гіроскопа. До інерційної маси, що має пружний зв'язок з основою, прикладаються сили F_g або моменти M_g і збуджуються гармонійні коливання (лінійної або кутові) постійної амплітуди й частоти. При обертанні основи із переносною кутовою швидкістю U виникають сили F_c або моменти сил Коріоліса M_c , що діють на інерційну масу й створюють тиск на пружний зв'язок маси з основою. Ці сили приводять до коливань маси в напрямку, перпендикулярному її відносній швидкості й переносній кутовій швидкості. Амплітуда виникаючих коливань є мірою вимірюваної кутової швидкості.

За способом реалізації руху в ММГ схеми побудови можна розділити на схеми з поступальними рухами по координаті збудження x і по координаті вихідного сигналу z (так звані LL – гіроскопи, linear – linear); з кутовими рухами по обидва координатам (RR – гіроскопи, rotate – rotate); з різними комбінаціями поступальних і кутових рухів (LR – гіроскопи) [4].

У більшості ММГ вимірювання і збудження коливань здійснюється електростатичними датчиками положення й сили. У ряді конструкцій застосовуються електромагнітні способи збудження коливань і знімання сигналу.

Для збільшення чутливості параметри гіроскопа вибирають таким чином, щоб частота вимушених коливань по координаті збудження збігалася з частотою власних коливань і частота вихідних коливань була також близька до частоти вимушених

коливань. У конструкції використовують високодобротні матеріали, що мають низькі внутрішні втрати на тертя. У цьому випадку здійснюється резонансне посилення сигналу.

До числа найпростіших LL – гіроскопів відноситься одномасовий мікромеханічний гіроскоп, схема якого показана на рис. 5.1.

Інерційна маса 2 кріпиться до основи 1 за допомогою пружних елементів 4. Квадратний або близький до нього переріз елементів підвісу дозволяє інерційній масі переміщуватися в напрямку осей x й z . Поступальні періодичні коливання уздовж осі x збуджуються гребінчастим електростатичним приводом (актюатором) 3. При обертанні основи відносно осі y з кутовою швидкістю U інерційна маса під дією коріолісових сил F_c буде здійснювати вторинні коливання уздовж осі z [4].

Рисунок 1.6 - Мікромеханічний гіроскоп LL типу

Точність гіроскопа зазвичай визначається найважливішим параметром – стабільністю зміщення. Стабільність зміщення представляє собою точність виходу датчика при відсутності обертання протягом усього часу роботи. В ідеалі стабільність зміщення має дорівнювати нулю, але в реальних умовах досягнення такої точності неможливе через похибки виготовлення самого датчика, а також впливу умов і середовища на вимірювання.

Важливими характеристиками також є:

1. Випадковий кутовий дрейф
2. Нестабільність зміщення від пуску до пуску
3. Дрейф зміщення під впливом конкретних факторів, наприклад температури
4. Вимірювальний діапазон
5. Температурна чутливість
6. Чутливість до ударів, вібрації, прискорення

7. Ресурс роботи

Мікромеханічні гіроскопи R-Ртипу. Типовим прикладом побудови такого гіроскопа є дисковий мікромеханічний гіроскоп (рис. 6.1).

Рис. 1.7 Мікромеханічний гіроскоп RR типу

У такій схемі кутові рухи диска 1 навколо осі z збуджуються гребінчастим двигуном 5 на частоті, рівній частоті власних кутових коливань. При кутовій швидкості основи виникають сили Коріоліса, що викликають коливання диска по осі y , перпендикулярній його відносній швидкості й переносній кутовій швидкості основи U . Вихідний рух кільця сприймається розташованими під ним пластинами конденсаторного датчика переміщень.

Точність гіроскопа зазвичай визначається найважливішим параметром – стабільністю зміщення. Стабільність зміщення представляє собою точність виходу датчика при відсутності обертання протягом усього часу роботи. В ідеалі стабільність зміщення має дорівнювати нулю, але в реальних умовах досягнення такої точності неможливе через похибки виготовлення самого датчика, а також впливу умов і середовища на вимірювання.

Важливими характеристиками також є:

1. Випадковий кутовий дрейф
2. Нестабільність зміщення від пуску до пуску
3. Дрейф зміщення під впливом конкретних факторів, наприклад температури
4. Вимірювальний діапазон
5. Температурна чутливість
6. Чутливість до ударів, вібрації, прискорення
7. Ресурс роботи

1.2. Основні похибки ДКШ

Статична похибка ДКШ визначається наявністю шкідливих моментів, що діють на його рухомий вузол та перешкоджають його руху, що викликаний наявністю гіроскопічного моменту [1].

Для ДКШ основну похибку створюють моменти тертя M_{TP} та моменти тяжіння $M_{TЯЖ}$ і момент, що виникає при відключенні рухомого вузла приладу від нульового положення $M_{\beta} = k * \beta$. Похибки від вказаних моментів повністю аналогічні похибкам акселерометрів [1].

Похибка, що викликана нестабільністю коефіцієнта k^* і нелінійністю $M(\beta)$

$$\delta_{M(\beta)} = \frac{k_{\max}^* - k_{\min}^*}{k} * 100\%, \quad (1.6)$$

де k_{\max}^* і k_{\min}^* - максимальне та мінімальне значення k^* в діапазоні відхилення рухомого вузла, що відповідає діапазону зміни вимірюваної кутової швидкості.

Похибка ДКШ, що викликана наявністю перехресної кутової швидкості ω_{η}

$$\delta_{\omega_{\eta}} = \frac{h_{\zeta}(\omega_{\eta \max}) - h_{\zeta}(\omega_{\eta \min})}{h_{\zeta}(\omega_{\eta} = 0)} 100\% \approx \frac{H(\omega_{\eta \max} - \omega_{\eta \min})}{k} 100\%, \quad (1.7)$$

де $\omega_{\eta \max}$ і $\omega_{\eta \min}$ - максимальне і мінімальне значення перехресної кутової швидкості [1].

В ДКШ виникають також похибки через нестабільність та нелінійність коефіцієнтів передачі підсилювально-перетворюючих приладів, нестабільність H та жорсткість пружини k . Сумарна статична похибка вимірювання кутової швидкості визначається виразами (1.7), (1.9) та

$$\delta h_{\zeta} = \frac{h_{\text{тек}} - h_{\eta}}{h_{\eta}} 100\% \quad (1.8)$$

Динамічна похибка ДКШ. Ця похибка аналогічна динамічній похибці акселерометра і визначається його інерційністю [1].

Для випадку використання ДКШ в контурі автопілоту, коли необхідно виміряти кутову швидкість об'єкта з заданою похибкою в заданому динамічному і частотному діапазонах кутової швидкості, похибка вимірювання ДКШ кутової швидкості $\omega_\zeta = \omega_{\zeta A} \sin \omega t$ буде мати вигляд:

$$\delta_{\text{дин}} = (\lambda - 1)100\%, \quad (1.9)$$

де коефіцієнт динамічної чутливості приладу

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{[1 - (\omega / n_0)^2]^2 + 4\xi^2 (\omega / n_0)^2}}. \quad (1.10)$$

Відстаючи за фазою вихідного сигналу ДКШ

$$\mu = \arctg \frac{2\xi \omega n_0}{n_0^2 - \omega^2}.$$

При використанні ДКШ в безкарданній інерційній навігаційній системі необхідно забезпечити задану точність при роботі разом з інтегратором вихідного сигналу ДКШ при заданому законі зміни кутової швидкості, тобто вимагається забезпечити задану точність визначення кутового положення об'єкта в інерційному просторі.

Динамічна похибка визначається аналогічно відповідній похибці акселерометра:

$$\Delta \varphi_\zeta(t) = \omega_\zeta(t) 2\xi / n_0. \quad (1.11)$$

Таким чином, динамічна похибка визначення кута повороту об'єкта навколо осі $\zeta \Delta \varphi_\zeta(t)$ пропорційна кутовій швидкості об'єкта в момент вимірювання $\omega_\zeta(t)$ і не залежить від закону зміни $\omega_\zeta(t)$ в процесі вимірювання.

На відміну від акселерометра ДКШ має ряд похибок, що обумовлений наявністю в їх конструкції гіромотору.

Похибка від динамічної незбалансованості ротора гіромотору. В цьому випадку по осі 0ξ приладу діє шкідлива складова моменту незбалансованості [1].

$$M_{нб\xi} = M_{нб} \cos \Omega t, \quad (1.12)$$

де $M_{нб}$ - момент динамічної незбалансованості гіромотору; Ω - кутова швидкість обертання гіромотору.

Під дією моменту $M_{нб}$ рухомий вузол ДКШ здійснює високочастотні коливання з амплітудою

$$\beta_{нб} = \frac{M_{нб}}{k \sqrt{[1 - (\Omega / n_0)^2]^2 + 4\xi^2 (\Omega / n_0)^2}} \cos(\Omega t - \mu).$$

Зазвичай $\beta_{нб}$ складає одиниці кутових секунд. Похибка незначна і має високочастотний характер, тому нею можна знехтувати [1].

Поріг чутливості приладу:

$$\omega_{\zeta \min} = \sqrt{M_{тр}^2 + \Delta M_{тяж}^2} / H, \quad (1.13)$$

де $\Delta M_{тяж}$ - змінна складова моменту тяжіння. Похибка нелінійності ДКШ, що викликана наявністю $M_{тр}$:

$$\delta_{тр} = \frac{2M_{тр}}{H \omega_{\zeta \max}} 100\%; \quad (1.14)$$

Нульовий сигнал ДКШ:

$$\omega_{\zeta_0} = M_{тяж} / H + M_{розб.} / H. \quad (1.15)$$

Похибка від неперпендикулярності вектору кінетичного моменту гіромотору осі підвісу рухомого вузла.

При неперпендикулярності вектору кінетичного моменту і осі 0ξ на неї буде проектуватися момент, що діє по осі обертання гіромотору. В усталеному режимі роботи гіромотору (сталість кутової швидкості обертання і моменту опору обертання) сума проекцій на вісь 0ξ моменту опору і обертового моменту, що

розвивається гіродвигунами дорівнює нулю, і неперпендикулярність не впливає на роботу ДКШ. Проте в неусталеному режимі, викликаному, наприклад, флуктуації частоти живлячої напруги, зміна моменту тертя при наявності перевантажень, сумарна проекція моменту на вісь $O\xi$ не дорівнює нулю і викликає похибку ДКШ.

Особливо проявляється вказана похибка в ДКШ, що використовують гіромотор гістерезісного типу.

РОЗДІЛ 2. РОЗРАХУНОК ТА ПРОЕКТУВАННЯ ДАТЧИКА КУТОВОЇ ШВИДКОСТІ

2.1. Оцінка рівня технологічності

Оцінка рівня технологічності показує на скільки просте складання виробу загалом та його окремих частин без доробок та селективного складання, яке забезпечується економічно доцільними допусками в розмірних, кінематичних та електричних ланцюгах. Технологічними є вироби, які забезпечують паралельність складання, можливість диференціації складання, найбільшу уніфікації та можливість використання автоматизації процесів складання при найменшій кількості матеріалів та обладнання.

Технологічність виробу – це відносний якісний показник, що оцінюється порівнянням вказаних характеристик виробництва з аналогічними.

2.2. Опис складальної одиниці

В даному дипломному проекті об'єктом аналізу обрано складальну одиницю датчика кутової швидкості. Головними технологічними задачами, котрі повинні бути розв'язані при виготовленні та складанні пристрою є:

1. Висока точність виготовлення ключових деталей;
2. Висока точність проведення збірки всіх елементів для забезпечення відповідної точності роботи приладу.

2.3. Обґрунтування вибору конструктивної схеми

Конструктивну схему приладу складають, виходячи з досвіду попередніх конструктивних розробок і вимог до ТЗ, з врахуванням технологічних можливостей підприємства-виробника.

Для визначення добротності скористаємося значеннями, що задані в завданні дипломного проекту, підставивши які отримаємо наступне значення добротності: $\omega_{\zeta_{\max}} / \omega_{\zeta_{\min}} = 60 / 0,2 = 300$. Таке значення добротності може бути реалізована в ДКШ як з механічною. Враховуючи значні величини перевантажень $\dot{V}_\eta, \dot{V}_\xi, \dot{V}_\zeta$, великий діапазон зміни температури навколишнього середовища при недопустимості термостатування і малого значення $\omega_{\zeta_{\min}}$, варто зупинити свою увагу на ДКШ поплавкового типу з повним зважуванням рухомого вузла. Враховуючи необхідний температурний діапазон та недопустимість термостатування необхідно вибрати рідину з питомою вагою $\gamma_{\text{рід}} = 1 \cdot 10^4 \text{ Н} / \text{м}^3$.

ДКШ з рідинним заповненням мають менші габарити. Дешевші та простіші в технологічному відношенні. За точністю характеристик ДКШ з рідинним заповненням займає проміжне положення між “сухими” та поплавковими ДКШ з повним зважуванням [1].

Наявність рідини зменшує коефіцієнт тертя підшипників, сприяє демпфуванню вимушених коливань гіровузла, викликаних динамічним незбалансованістю ротора гіромотора, покращує відвід теплової енергії від гіромотора і датчиків кута та моменту. В результаті цього може бути збільшена допустима густина струму, зменшується зношування потенціометра і забруднення його контактної поверхні, збільшується вібростійкість струмовідводів.

При $k_{\text{ЕП}} \ll k_{\text{Д}} + H\omega_\eta$ залишковий сигнал і нелінійність вихідної характеристики датчика кута майже немає ніякого впливу на точність ДКШ.

2.4. Розрахунок основних параметрів ДКШ.

2.4.1 Вибір датчика кута та датчика моменту

Оберемо датчик моменту магнітоелектричного типу та датчик кута індукційного типу. Оскільки вимагається забезпечити повне зважування рухомого вузла при малій питомій вазі демпфуючої рідини, то систем датчика моменту буде розташовуватися на корпусі ДКШ.

2.4.2. Визначення габаритів і типу підвісу. Розрахунок основної методичної похибки приладу та елементів підвісу ЧЕ

Враховуючи, що вага приладу $G_{\text{ДКШ}} = 2H$, визначимо його об'єм $V_{\text{ДКШ}}$ і прощу поверхні $S_{\text{ДКШ}}$. При цьому потрібно враховувати, що для звичайних ДКШ і ДКШ з рідинним заповненням питома вага $\gamma_{\text{ДКШ}} = (5 \div 5,5) \cdot 10^4 \text{ Н} / \text{м}^3$, для приладів з повним зважуванням рухомого вузла $\gamma_{\text{ДКШ}} = 3 \cdot 10^4 \text{ Н} / \text{м}^3$.

Вихідні дані проекту:

$$\omega_{\zeta \max} = \pm 60^\circ / \text{с}, \delta(\omega_\eta) \leq 0,2\%, \omega_{\zeta \min} = 0,2^\circ / \text{с}, \delta_{\text{дин}} = 0,3\%, \dot{V}_{\eta \max} = \dot{V}_{\xi \max} = \dot{V}_{\zeta \max} = 4g, \\ G_{\text{дус}} = 2H, t_c = \pm 50^\circ \text{С}.$$

Визначення габаритів та величини кінетичного моменту

Знаходимо:

$$\gamma_{\text{ДКШ}} = 3 \cdot 10^4 \text{ Н} / \text{м}^3; \\ V_{\text{ДКШ}} = G_{\text{ДКШ}} / \gamma_{\text{ДКШ}} = 2 / (3 \cdot 10^4) \approx 1 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3.$$

Раціонально спроектувавши ДКШ з електричною пружиною має вигляд циліндра, довжина якого $L_{\text{ДКШ}}$ приблизно в 2,5 рази перевищує його діаметр.

$$D_{\text{ДКШ}} = \sqrt[3]{\frac{4V_{\text{ДКШ}}}{2,5\pi}} = \sqrt[3]{\frac{4 \cdot 1 \cdot 10^{-4}}{2,5\pi}} \approx 3,7 \cdot 10^{-2} \text{ м} = 3,7 \text{ см}; \\ L_{\text{ДКШ}} = 2,5 D_{\text{ДКШ}} = 2,5 \cdot 3,7 \cdot 10^{-2} = 9,25 \cdot 10^{-2} \text{ м}.$$

Площа поверхні ДКШ $S_{\text{ДКШ}}$:

$$S_{\text{ДКШ}} = 3,0\pi D_{\text{ДКШ}}^2 = 3\pi (3,7 \cdot 10^{-2})^2 \approx 1,3 \cdot 10^{-2} \text{ м}^2.$$

$P_{\text{ДКШ}}$ - потужність, що виділяється елементами ДКШ.

$$P_{\text{ДКШ}} = k_1 \alpha S_{\text{ДКШ}} (t_{p \max} - t_{c \max}) = 1,5 \cdot 9 \cdot 1,3 \cdot 10^{-2} (80^\circ - 50^\circ) = 5,3 \text{ Вт}.$$

Де $\alpha = 7 \div 9 \text{ Вт} / (\text{м}^2 \cdot \text{град})$ - для повітря при нормальному тиску, вільна конвекція;

$k_1 = 1,2 \div 1,5$ - коефіцієнт, що враховує теплопередачу через елементи кріплення ДКШ до об'єкта.

Максимальний діаметр гіромотору $0.7D_{ДШ} \approx 2,59 * 10^{-2} м$

Розрахунок основної методичної похибки приладу та елементів підвісу **ЧЕ.**

Оберемо гіромотор симетричної конструкції з стальним ротором та частотою обертання 24 000 об/хв.

Складемо розрахункову таблицю

Таблиця 1

Для ДКШ з $H = 0.1H * см * с$ маємо: $G_{P.B} = 1.4(0,36 + 0,1 * 0,06)H = 0,5124H$,
 $V_{P.B} = 0.5 * 10^{-4} м^3$, що незначно перевищує допуск.

Таким чином, при заданих габаритах приладу, значення часу готовності та діапазон зміни температури навколишнього середовища максимальне значення $H = 0.1H * см * с$.

Розміри поплавкового вузла:

$$D_{P.B} = 0.85D_{ДКШ} = 0.85 * 3.7 = 3,2 см; \quad L_{P.B} = \frac{V_{P.B} * 4}{\pi D_{P.B}^2} = \frac{50 * 4}{\pi * 3,2^2} = 6,2 см$$

Розміри датчика моменту

$$V_{Д.М} = \frac{G_{Д.М}}{\gamma_{Д.М}} = \frac{0.06}{(6.25 * 10^{-2})} см^3 = 0.96 см^3; D_{Д.М} = 0.85D_{ДКШ} = 0.85 * 3.7 = 3,15 см$$

$$L_{Д.М} = \frac{V_{Д.М} * 4}{\pi * D_{Д.М}^2} = \frac{0.96 * 4}{\pi * 3.15^2} = 0.12 см.$$

2.5.3.Вибір підвісу

Знаходимо

$$M_{BP} \leq \omega_{\zeta \min} H = 1.8 * 10^{-4};$$

Для поплавкових приладів при $M^* \approx 0$

$$m = \frac{G_{p\phi}}{g} = \frac{0,5124}{9,81} = 0,052H;$$

$$R_1 = m \dot{V}_{\zeta} = 0,052 * 40H = 2,08H;$$

$$R_2 = m \dot{V}_{\eta} = 0,052 * 40H = 2,08H;$$

$$L = 0.75 L_{ДКШ} = 0.75 * 9.25 * 10^{-2} = 6.9 * 10^{-2} \text{ м} = 6.9 \text{ см};$$

$$A = m \dot{V}_{\xi} = 2.08H;$$

$$R = \sqrt{R_1^2 + R_2^2} = \sqrt{2.08^2 + 2.08^2} = 2.94H;$$

$$M = k_{mp.p\phi\delta} R + k_{mp.oc} A = k_{mp.p\phi\delta} 2.94 + k_{mp.oc} 2.08;$$

$$M_{BP} = M_{mp} + \Delta M_{BP} \approx k_{mp.p\phi\delta} 2.94 + k_{mp.oc} 2.08;$$

$$\omega_{\zeta \min} \geq \frac{M_{BP}}{H} = k_{mp.p\phi\delta} 5.88 + k_{mp.oc} 4.16.$$

Враховуючи $\omega_{\zeta \min} = 0.1^\circ / \text{с}$ та вважаючи, що $k_{mp.p\phi\delta} \approx k_{mp.oc}$, отримаємо $k_{mp.p\phi\delta} < 0.000179 \text{ см}; k_{mp.oc} < 0.000179 \text{ см}.$

Такі умови $k_{mp.p\phi\delta}, k_{mp.oc}$, можуть бути забезпечені за допомогою кам'яних підвісів. Вибір діаметра цапфи $d_{\text{ц}} = 0,7 \text{ мм}$, отримаємо коефіцієнт тертя $\mu_1 = 0.037$, що в 4 рази менше, чим коефіцієнт тертя пари “камінь-сталь”(0.15). Проте, враховуючи, що наявність змазки та вібрація, що утворюються гіромотором, приводять до зменшення тертя в 3-5 рази, можна застосувати в якості підвісу рухомого вузла приладу кам'яні підшипники з $d_{\text{ц}} = 0,7 \text{ мм}$.

2.5.4. Визначення температури перегріву

Знаходимо:

$$t_{H.II} = 0.5(t_{c \max} + t_{c \min}) + t_{nep}, \text{ де } t_{nep} = \frac{(P_{Д.М} + P_{ГМ} + P_{Д.К} + P_0)}{S\alpha k} =$$

$$= \frac{1.2 + 0.36 + 0.1(1.2 + 0.36)}{1.2 * 0.7 * 10 * 1.8 * 10^{-2}} = 10^\circ.$$

Тоді $t_{H.П.} = 0^{\circ} + 10^{\circ}C, t_{p\max} = 60^{\circ}C; t_{p\min} = -40^{\circ}C$ після встановлення перехідного теплового режиму.

2.5. Математична модель

Складемо рівняння руху ДКШ використовуючи рис 2.1. Опорною системою координат будемо вважати $O\xi\eta\zeta$, що пов'язана з рухомим об'єктом. Положення рухомої частини приладу будемо характеризувати осями Резаля, тобто координатною системою $Oxyz$, що пов'язана з кожухом гіроскопа (рис. 2.2)

Рисунок 2.1 Схема двоступеневого ГТ з механічним пружинним зв'язком

Рисунок 2.2 Кінематичне креслення

Використовуючи теорему про зміну кількості руху виведемо рівняння руху приладу

$$\frac{dK}{dt} + \omega \times K = M. \quad (2.1)$$

В проекції на вісь підвісу гіродвигуна цей вираз прийме вигляд

$$\frac{dK_y}{dt} + \omega_z K_x - \omega_x K_z = M_y. \quad (2.2)$$

Врахуємо, що абсолютна кутова швидкість була задана наступними складовими $\omega_\xi, \omega_\eta, \omega_\zeta$. Використовуючи кінематичне креслення рис. 2.2, складемо вираз для абсолютної кутової швидкості рухомої частини приладу за осями Резаля:

$$\begin{aligned} \omega_x &= \omega_\xi \cos \beta - \omega_\zeta \sin \beta; \\ \omega_y &= \omega_\eta + \beta; \\ \omega_z &= \omega_\xi \sin \beta + \omega_\zeta \cos \beta. \end{aligned} \quad (2.3)$$

Через J_0 та J_E позначимо осьовий та екваторіальний моменти інерції симетричного ротора гіроскопа, а через J_{kx}, J_{ky}, J_{kz} моменти інерції його кожуха та пов'язаних з ним деталей і елементів відносно осей Резаля. Дані моменти інерції будемо вважати головними. Тоді складові моменту кількості руху гіроскопа в осях Резаля можна представити в вигляді:

$$\begin{aligned} K_x &= J_x \omega_x; \\ K_y &= J_y \omega_y; \\ K_z &= J_0 \gamma + J_z \omega_z. \end{aligned} \quad (2.4)$$

де $J_x = J_e + J_{kx}$; $J_y = J_e + J_{ky}$; $J_z = J_e + J_{kz}$.

Розглядаючи принцип роботи ГТ, було встановлено залежність від кінетичного моменту гіроскопа статичного коефіцієнту передачі приладу. Цій особливості варто приділити особливу увагу стабільності кінетичного моменту

гіроскопа. Тому будемо вважати за номінальне значення кінетичного моменту тільки ту його частину, яка може бути забезпечена стабільною, а саме частина, що обумовлена обертанням ротора гіроскопа відносно статора. Позначимо її наступним чином:

$$H = J_0 \gamma. \quad (2.5)$$

Підставивши формулу (2.2) в вирази (2.2), (2.3), (2.4), отримаємо наступний вираз:

$$J_y(\dot{\beta} + \omega_\eta) - H(\cos \beta - \omega_\zeta \sin \beta) + (J_x - J_z) * \\ * (\omega_\xi \cos \beta - \omega_\zeta \sin \beta)(\omega_\xi \sin \beta + \omega_\zeta \cos \beta) = M_y. \quad (2.6)$$

Кутова жорсткість пружинного зв'язку c має сенс моменту сил пружності пружини при одиничному значенні (1 рад) кута β повороту рухомої частини приладу, відносно його нейтрального положення. При повороті рухомої частини приладу на відносно малий кут β обидві пружини деформуються на $\Delta l = l_\Pi \beta$, де l_Π - довжина плеча, на якому створюється момент відносно осі підвісу гіродвигуна рис 2.3.

Рисунок 2.3 Вузол зв'язку пружин з гіродвигуном

Запишемо момент сил пружності, відносно осі підвісу гіродвигуна

$$M_{np} = F_y l_{\Pi} = c_{\Pi} l_{\Pi}^2 \beta. \quad (2.7)$$

З даного виразу слідує, що кутова жорсткість дорівнює:

$$c = c_{\Pi} l_{\Pi}^2. \quad (2.8)$$

Аналогічно можна виразити коефіцієнт демпфування f , на якому сила в'язкого опору демпфера створює момент відносно осі підвісу гіродвигуна:

$$f = f_d l_d^2. \quad (2.9)$$

Розпишемо момент дебалансу

$$M = \rho \times F \quad (2.10)$$

Застосуємо дану формулу відносно осі y та запишемо її в наступному вигляді:

$$M_y = \rho_z F_x - \rho_x F_z = -m(\rho_z \omega_x - \rho_x \omega_z), \quad (2.11)$$

де m - маса рухомої частини приладу: ρ_x, ρ_z - зміщення центру мас рухомої частини приладу вздовж осей x та z відносно осі y , ω_x, ω_z - складові абсолютного прискорення центру мас приладу.

Запишемо вираз моменту зовнішніх сил відносно осі y в такому вигляді:

$$M_y = -c\beta - f\beta - M_T \text{sign}\beta - m(\rho_z \omega_x - \rho_x \omega_z). \quad (2.12)$$

Враховуючи рівності (2.6) та (2.12) запишемо наступний вираз:

$$J_y \ddot{\beta} + f\beta + c\beta = H\omega_{\xi} \cos \beta - H\omega_{\xi} \sin \beta - J_y \omega_{\eta} + (J_z - J_x) * (\omega_{\xi} \cos \beta - \omega_{\xi} \sin \beta)(\omega_{\xi} \sin \beta + \omega_{\xi} \cos \beta) - M_T \text{sign}\beta - m(\rho_z \omega_x - \rho_x \omega_z). \quad (2.13)$$

Перепишемо вираз (2.13) в наступний вигляд:

$$J_y \ddot{\beta} + f\beta + c\beta = H\omega_{\xi} - H\omega_{\xi} \left(\frac{1}{2} \beta^2 - \frac{1}{4} \beta^4 + \dots \right) - H\omega_{\xi} \sin \beta - J_y \omega_{\eta} + (J_z - J_x) * (\omega_{\xi} \cos \beta - \omega_{\xi} \sin \beta)(\omega_{\xi} \sin \beta + \omega_{\xi} \cos \beta) - M_T \text{sign}\beta - m(\rho_z \omega_x - \rho_x \omega_z). \quad (2.14)$$

В виразі $H\omega_\xi \cos \beta$, з урахуванням малості β , функція $\cos \beta$ розкладена в ряд. Лінійний і нелінійний член розкладання запишемо роздільно в наступному виді:

$$-H\omega_\xi\left(\frac{1}{2}\beta^2 - \frac{1}{4}\beta^4 + \dots\right) \quad (2.15)$$

Запишемо дане рівняння в наступному виді:

$$J_y \ddot{\beta} + f \dot{\beta} + c\beta = H\omega_\xi + M_\Pi, \quad (2.16)$$

$$\text{де } M_\Pi = -H\omega_\xi\left(\frac{1}{2}\beta^2 - \frac{1}{4}\beta^4 + \dots\right) - H\omega_\xi \sin \beta - J_y \omega_\eta + (J_z - J_x)(\omega_\xi \cos \beta - \omega_\xi \sin \beta)(\omega_\xi \sin \beta + \omega_\xi \cos \beta) - M_T \text{sign} \beta - m(\rho_z \omega_x - \rho_x \omega_z). \quad (2.17)$$

При правильному проектуванні приладу, який повинен забезпечувати достатньо високу точність, вплив моментів-перешкод повинен бути малим, тобто повинна виконуватися наступна нерівність:

$$|M_\Pi| \ll |H\omega_\xi|. \quad (2.18)$$

При розгляді ГТ зазвичай нехтують моментами-перешкодами, використовуючи лінеаризоване рівняння:

$$J_y \ddot{\beta} + f \dot{\beta} + c\beta = H\omega_\xi. \quad (2.19)$$

Зрозуміло, що потрібно враховувати моменти-перешкоди для оцінки похибки приладу.

Запишемо лінеаризоване рівняння (2.19) в наступному вигляді:

$$\ddot{\beta} + 2h\dot{\beta} + \omega_0^2 \beta = \frac{H}{J_y} \omega_\xi, \quad (19a)$$

$$\text{де } h = \frac{f}{2J_y} - \text{коефіцієнт затухання власних коливань}; \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{c}{J_y}} - \text{частота}$$

незатухаючих коливань.

Замість коефіцієнта затухання h використовують також відносний коефіцієнт затухання $\zeta = \frac{h}{\omega_0}$. Також використовують рівняння в наступній формі:

$$T^2 \ddot{\beta} + 2\zeta T \dot{\beta} + \beta = \frac{H}{c} \omega_{\xi}, \quad (196)$$

$$\text{де } T^2 = \frac{1}{\omega_0^2} = \frac{J_y}{c}.$$

Для моделювання рівнянь руху датчика використаємо Matlab, проте для цього необхідно рівняння (19а) привести до зручного у використанні виду:

$$\ddot{\beta} = \frac{-f \dot{\beta} - c\beta + H\omega_{\xi}}{J_y}$$

Для точності результатів проведемо моделювання за допомогою функції ode45() та Simulink-моделі.

Вихідний код головного m-файлу

```
clearvars
clc
global I f c H omega_ksi Amplitude Frequency

%% Вхідні параметри
I = 1.26e-3;
f = 2.3e-3;
c = 0.1;
H = 0.01;
omega_ksi = 0;
Amplitude = deg2rad(10);
Frequency = 0.01;
% Час інтегрування
Tk = 630;

%% Початкові параметри
BT_0 = 0; BTt_0 = 0;
IP = [BT_0 BTt_0];

%% Simulink
hi = 0.01; %Крок інтегрування

sim('Sim');
t_sim = tout;
Beta_sim = yout;

figure(1)
plot(t_sim, rad2deg(Beta_sim), 'LineWidth', 5),grid;
title('Simulink');
xlabel('Час (секунди)');
ylabel('\beta (кут)', 'FontSize', 14, 'FontWeight', 'bold');

%% ODE45
```

```
[tout, yout] = ode45('Function', [0 Tk], IP);

figure(2)
plot(tout, rad2deg(yout(:,1)), 'LineWidth', 5), grid;
title('ODE45');
xlabel('Час (секунды)');
ylabel('\beta (град)', 'FontSize', 14, 'FontWeight', 'bold');
```

Код файл Function

```
function z = Function( t, IP )
global I f c H;
omega_k = Base_Move(t);
z(1) = IP(2);
z(2) = (-f*IP(2) - c*IP(1) + H*omega_k)/I;
z = z';
end
```

Рисунок 2.4 Simulink- модель

Рисунок 2.5 Модель об'єкту 'Beta'

Результати моделювання при наступних параметрах

```
Amplitude = deg2rad(1);  
Frequency = 0.01;  
Tk = 630;
```

Рисунок 2.6 Результати моделювання за допомогою моделі Simulink

Рисунок 2.7 Результати моделювання за допомогою функції ode45()

Як видно з графіків моделювання різними способами дало однаковий результат, виходячи з цього можна для подальшої демонстрації моделювання використовувати графік тільки одного з методів, а саме функції ode45().

Змінимо параметри та промодельємо.

Параметри:

```
Amplitude = deg2rad(10);  
Frequency = 0.1;  
Tk = 100;
```

Рисунок 2.8 Результати моделювання після зміни параметрів

5. Моделювання основних режимів роботи приладу, побудова АЧХ

Проведемо моделювання пакеті Simulink. Схему можна побудувати використавши передатну функцію гіротахометра в вигляді

$$J\ddot{\beta} + f\dot{\beta} + c\beta = H\omega_{\xi} \cos \beta - H\omega_{\zeta} \sin \beta; \quad (20)$$

Перетворимо рівняння до наступного вигляду

$$\begin{aligned} \ddot{x} + 2\zeta\omega_0\dot{x} + \omega_0^2 x &= F(t); \\ \ddot{x} &= -2\zeta\omega_0\dot{x} - \omega_0^2 x + F(t), \end{aligned} \quad (21)$$

$$\text{де } 2\zeta\omega_0 = \frac{f}{J}, \quad \zeta = 0.707, \quad F(t) = \frac{H\omega_{\xi} \cos x - H\omega_{\zeta} \sin x}{J}.$$

Код основного m-файлу

```
clc
clearvars

%% Вхідні параметри
I = 1.26e-3;
f = 2e-3;
c = 0.1;
H = 0.01;
dzetta = 0.707;

h = f/(2*I);
omega_0 = sqrt(c/I);

omega_ksi = deg2rad(100);
omega_dzetta = deg2rad(100);
```

Висновок

